WESTERMANN Mathematik 10II/III, **Seite 141, Nr. 3**

3 In der Tabelle ist die Bevölkerungsentwicklung eines Landes dargestellt.
Liegt ein exponentielles Wachstum vor, so kann die Bevölkerungsentwicklung mit einer Exponentialfunktion der Form $f(x) = k \cdot a^x$ beschrieben werden.

Jahr	Bevölkerung
1998	3 006 737
2000	3 134 348
2005	3 477 570
2010	3 858 377
2015	4 280 883

a) Beginne 1998 mit dem Jahr 0. Zeige mit Hilfe der Funktionswerte $f(0)$ und $f(2)$, dass das Wachstum durch die Gleichung $y = 3\,006\,737 \cdot 1{,}021^x$ beschrieben werden kann.

Anfangswert

b) Überprüfe, ob in der Zeit von 1998 bis 2015 ein exponentielles Wachstum vorliegt, indem du die Wertepaare (7 | 3 477 570) und (12 | 3 858 377) in die Funktionsgleichung einsetzt.

c) Um wie viel Prozent wächst die Bevölkerung jährlich?

d) Berechne die Einwohnerzahl für die Jahre 2025 und 2035 bei gleich bleibender jährlicher Zuwachsrate.

a) aus Tabelle: (0/ 3.006.737)
(2/ 3.134.348)

- aus (0/ 3.006.737) → k = 3.006.737
- (2/ 3.134.348) in $y = k \cdot a^x$

$$3.134.348 = 3.006.737 \cdot a^2 \quad | :$$

$$a^2 = \frac{3.134.348}{3.006.737} \quad | \sqrt[2]{}$$

$$a = 1{,}021$$

- $\underline{\underline{y = 3.006.737 \cdot 1{,}21^x}}$

b) "Punktprobe"

- $(7 | 3.477.570)$

$$3.477.570 = 3006.737 \cdot 1{,}021^7$$

$$3.477.570 = 3.477.568$$ ✓ w. A.

im Rahmen des Rundens: ok

- $(12 | 3.858.377)$

$$3.858.377 = 3.006.737 \cdot 1{,}021^{12}$$

$$3.858.377 = 3.858.374$$ ✓ w. A.

im Rahmen des Rundens: ok

$\Rightarrow$ Es liegt ein exponentielles Wachstum vor.

c) $a = 1{,}021 = 1 + 0{,}021$

$$= 100\,\% + 2{,}1\,\%$$

Die Bevölkerung wächst jährlich um 2,1 %.

d) Im Jahr 2025 gilt:

$$x = 2025 - 1998 = 27$$

$$y = 3.006.737 \cdot 1{,}021^{27}$$

$$= \underline{\underline{5.269.756}}$$

Im Jahr 2035 gilt:

$$x = \ldots = 37$$

$$y = 3.006.737 \cdot 1{,}021^{37}$$

$$= \underline{\underline{6.487.060}}$$